

Vicente Monreal, de 21 años, se adjudicó concurso del Colegio de Ingenieros

# Universitario se ganó 5.000 dólares respondiendo una pregunta matemática

**Lema 2.** Para todo  $\Delta \in \mathcal{C}$ ,  $\epsilon > 0$  existe  $(x, y, z) \in \mathbb{R}^3$  tal que  $E_{\Delta}(x, y, z) < \epsilon$ .

**Demostación.**

Sea  $\Delta \in \mathcal{C}$  y  $(\alpha, \beta)$  representación fija,  $\epsilon > 0$ . Fijando  $e^{2\alpha i} \in B$ , por la densidad de  $K$  dentro de la circunferencia y la continuidad de  $\arg : \mathbb{C} \rightarrow [0, 2\pi)$ , existe  $x' \in B \cap K$  que cumple

$$|\arg(e^{2\alpha i}) - \arg(x')| = |2\alpha - \arg(x')| < \epsilon$$

$$\Rightarrow \left| \alpha - \frac{\arg(x')}{2} \right| < \frac{\epsilon}{2}$$

Aquí podemos definir  $\alpha' = \arg(x')/2$  y construir de manera análoga un  $y' \in B \cap K$  (distinto de  $x'$ ) tal que

$$\left| (\alpha' + \beta) - \frac{\arg(y')}{2} \right| < \frac{\epsilon}{2}$$

Luego, definiendo  $\beta' = \arg(y')/2 - \alpha'$  se verifica según la construcción que

$$x' = e^{2\alpha' i}, \quad y' = e^{2(\alpha' + \beta') i} \in K \cap B$$

Expresando en forma polar, ya que son puntos de la circunferencia unitaria. Además podemos reexpresar las cotas de la siguiente forma

$$|\alpha - \alpha'| < \frac{\epsilon}{2} \quad |\beta - \beta'| < \frac{\epsilon}{2}$$

Y obtener una tercera por medio de desigualdad triangular

$$|(\pi - \alpha - \beta) - (\pi - \alpha' - \beta')| = |\alpha' + \beta' - \alpha - \beta| \leq |\alpha' - \alpha| + |\beta' - \beta| < \frac{\epsilon}{2} + \frac{\epsilon}{2} = \epsilon$$

Esto es, estamos escogiendo puntos racionales  $x', y' \in B$  para construir vértices no colineales

$$(1, x', y') = (1, e^{2\alpha' i}, e^{2(\alpha' + \beta') i}) \in K^3$$

Donde  $E_{\Delta}(1, x', y') < \epsilon$  (al menos una de las elecciones de representación de  $\Delta$  define error pequeño). Gracias al Lema 1 podemos obtener  $(x, y, z) \in \mathbb{R}^3$  que representa al mismo triángulo definido por  $(1, x', y')$ . Esto es,  $E_{\Delta}(x, y, z) = E_{\Delta}(1, x', y')$ , concluyendo lo pedido.  $\square$

## La pregunta del concurso (textual)

- Demuestre que no existe ningún triángulo equilátero cuyos vértices tengan coordenadas enteras en el plano cartesiano.
- Decimos que un triángulo es ángulo-casi-equilátero de error  $\epsilon > 0$  si el valor absoluto de la diferencia entre cada uno de sus ángulos y  $60^\circ$  es menor que  $\epsilon$ . Demuestre que para cada  $\epsilon > 0$  existen triángulos ángulo-casi-equiláteros de error  $\epsilon$  cuyos vértices tienen coordenadas enteras en el plano cartesiano. De entre todos los triángulos con estas propiedades determine el de menor área.
- Proponga y resuelva extensiones a estos problemas.

Una de las 13 páginas de la respuesta de Vicente Monreal. ¿Le suena alguna fórmula?

ÓSCAR VALENZUELA

“Me gusta hacer las cosas de a poco, no soy alguien que tome un problema y lo termine rápido”, reconoce Vicente Monreal (21), alumno de cuarto año en la carrera de Matemática en la Universidad Católica. Está máxima también la aplicó en el concurso “Premio al Talento Matemático Joven”, del Colegio de Ingenieros de Chile.

La competencia -para menores de 23 años y creada por el ex ministro de Estado Modesto Collados- premia con 5.000 dólares (unos \$3.800.000) a la mejor respuesta a un problema de geometría (ver recuadro).

Suena complicado, pero el joven se lo tomó con calma.

“Mientras tenía clases en la universidad iba avanzando los fines de semana. Me demoré como cuatro días en tener la solución de la primera parte, pero en tomar eso y escribirlo bien, que tuviera sentido, fácil me demoré un mes. Había muchas for-

**Se demoró cerca de un mes en escribir la solución de 13 páginas. Jueces alabaron la elegancia de su respuesta.**

mas de abordarlo”, asegura.

Su prolijidad tuvo frutos. Logró el primer lugar del concurso con elogios de los jueces por sus cálculos, una decisión que lo sorprendió.

“Intenté dar lo mejor, pero no sentía que lo había contestado totalmente”, confiesa.

El premio le llegó en un buen momento, ya que hace dos meses entraron a robar a la casa de su familia.

“Fue complicado, por suerte no

nos pasó nada físico, pero me habían robado el computador y todas las cosas de la universidad. Todavía tengo un monitor prestado”, afirma.

Mario Ponce, decano de la Facultad de Matemáticas UC y uno de los jurados del certamen, aclara que no era un problema fácil.

“No solamente el número es el correcto, si no cómo llegó al número, cómo lo obtuvo, cuáles son las ideas que tuvo que aplicar”, señala.

Para él, la clave que utilizó Monreal fue pararse en el circuncentro (el centro de la circunferencia circunscrita al triángulo) y desde ahí cranear su respuesta.

“Leí la solución y dije no puede ser tan fácil, al principio pensé que estaba mala. Pero al revisarla de nuevo me di cuenta de que era brillante, elegante”, dice Ponce.



El ganador Vicente Monreal.

-¿Qué es elegancia en matemática?

-La simpleza, pero no por ser simple deja de ser correcto. Este joven lo hizo en pocos pasos (13 páginas), había otros competidores que llenaron y llenaron páginas de cálculos, algunos presentaron 80 páginas. Llegaron a la respuesta, pero él no tuvo necesidad de hacer eso. Es como un boxeador que pega un combo bien pegado, todo el resto fue mariguanza.

Alejandro Jofré, vicerrector de la Universidad de Chile, otro de los jueces, opina que lo que inclinó la balanza fue “el grado de originalidad de la propuesta, la calidad de la extensión y la posibilidad de poder aplicarla a otras áreas de la matemática”.

“Otro criterio fue la estética, es decir, que sea simple, tenga posibilidades de fácil comprensión. También decimos elegante, que significa que el planteamiento sea sucinto, pero que tenga muchas consecuencias”, sostiene.